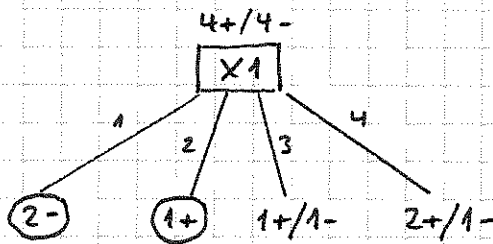


AUFGABE 1/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

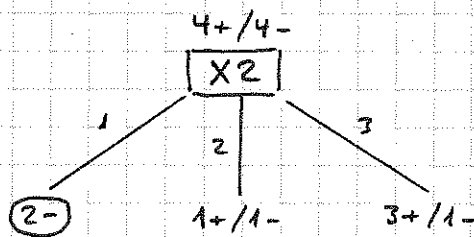
1)



$$E_0 = -\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} = 0.6931$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\Delta E_1 = 0.2811}}$$

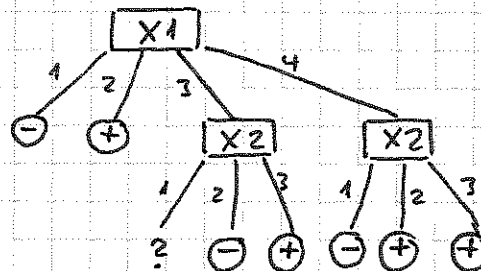
$$E_1 = \frac{2}{8} \left(-\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{8} \left(-\frac{1}{3} \ln \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \ln \frac{2}{3} \right) = 0.4120$$



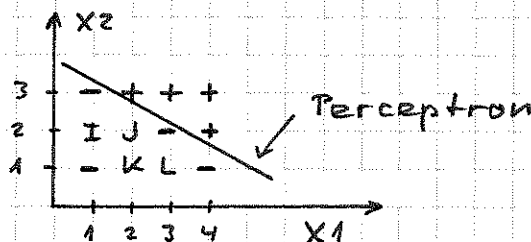
$$\rightarrow \underline{\underline{\Delta E_2 = 0.2386}}$$

$$E_2 = \frac{2}{8} \left(-\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} \right) + \frac{4}{8} \left(-\frac{1}{4} \ln \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \ln \frac{3}{4} \right) = 0.4545$$

$\rightarrow$ ID3-Baum:
($\Delta E_1 > \Delta E_2$)



2)



3)

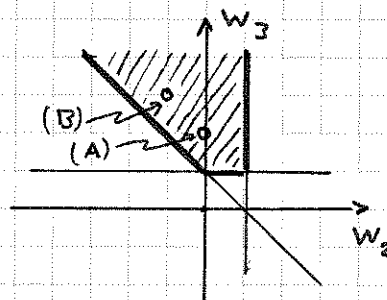
Objekt	Perceptron	ID3
I	-	-
J	-	+
K	-	+
L	-	?

$\left. \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \rightarrow$ Entscheid aufgrund eines einzigen $\oplus$ -Bsp. mit $X1=2$
 $\rightarrow$ Leeres Blatt, d.h. Objekt L kann nicht klassiert werden

AUFGABE 2/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

$$\begin{array}{lcl}
 1) & \begin{array}{l} w_0 - w_1 + w_3 \geq 0 \\ w_0 < 0 \\ w_0 + w_2 < 0 \\ w_0 + w_1 + w_2 + w_3 \geq 0 \end{array} & \xrightarrow{w_1=0} \begin{array}{l} w_0 < 0 \\ w_3 \geq -w_0 \\ w_2 < -w_0 \\ w_3 \geq -w_0 - w_2 \end{array}
 \end{array}$$

→ Lösungsgebiet:
(für $w_1=0$)



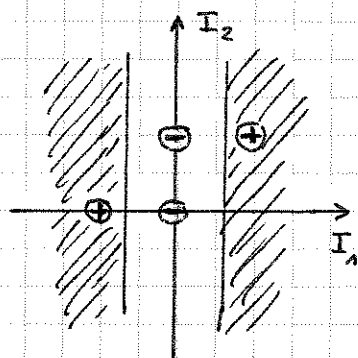
$$\begin{array}{l}
 2) \text{ z.B. (A) } w_0 = -1 \\
 w_1 = 0 \\
 w_2 = 0 \\
 w_3 = 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \downarrow 0=+1 \\
 -1 + 2I_1^2 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \downarrow \\
 I_1^2 \geq \frac{1}{2}
 \end{array}$$

$$\rightarrow I_1 \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

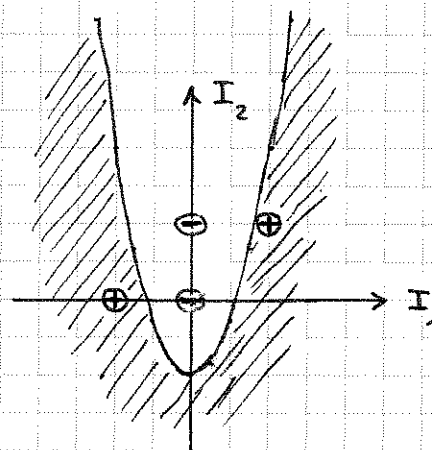
$$\text{oder } I_2 \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\begin{array}{l}
 \text{oder (B) } w_0 = -1 \\
 w_1 = 0 \\
 w_2 = -1 \\
 w_3 = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \downarrow 0=+1 \\
 -1 - I_2 + 3I_1^2 \geq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \downarrow \\
 I_2 \leq 3I_1^2 - 1
 \end{array}$$



AUFGABE 3/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

$$1) \quad \Delta W_i = -\eta \frac{\partial F}{\partial W_i} = -\eta \frac{\partial F}{\partial O} \frac{\partial O}{\partial W_i} = -\eta \frac{\partial F}{\partial O} \frac{\partial O}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial W_i}$$

$$-\frac{\partial F}{\partial O} = \frac{2(D-O)}{1-O^2}$$

$$\frac{\partial O}{\partial V} = \frac{1}{2}(1-O^2), \quad \frac{\partial V}{\partial W_i} = I_i$$

$$\rightarrow \Delta W_i = \eta(D-O)I_i$$

$$2) \quad \eta = \frac{2}{n}, \quad D=1, \quad O=0:$$

$$\rightarrow W_i = \Delta W_i = \frac{2}{n} I_i$$

$$\rightarrow V = \sum_{i=1}^n \underbrace{\frac{2}{n} I_i^2}_{=1} = 2$$

$$\rightarrow O = \frac{1-e^{-2}}{1+e^{-2}} = 0.7616$$

AUFGABE 4/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

$$\Delta V_1 = -\eta \frac{\partial F}{\partial V_1}$$

$$= \eta \left[(D_1 - O_1) \frac{\partial O_1}{\partial V_1} + (D_2 - O_2) \frac{\partial O_2}{\partial V_2} \right]$$

$$= \eta \left[(D_1 - O_1) \frac{\partial O_1}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial V_1} + (D_2 - O_2) \frac{\partial O_2}{\partial S_1} \frac{\partial S_1}{\partial V_1} \right]$$

$$\frac{\partial O_1}{\partial S_1} = O_1 (1 - O_1) \cdot W_{11}$$

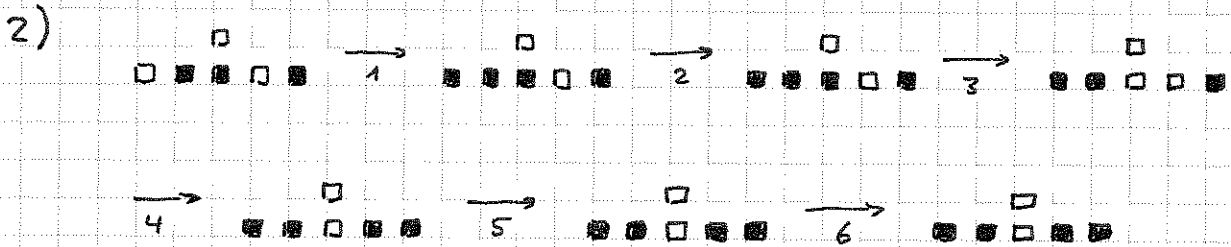
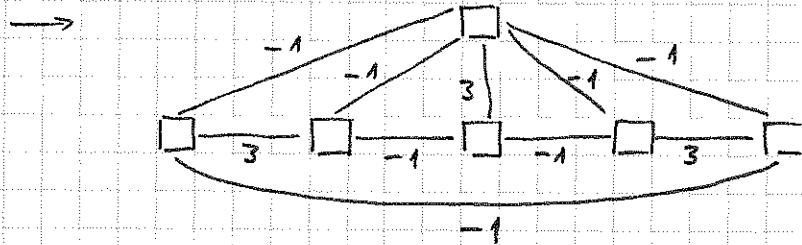
$$\frac{\partial O_2}{\partial S_1} = O_2 (1 - O_2) \cdot W_{21}$$

$$\frac{\partial S_1}{\partial V_1} = S_1 (1 - S_1) \cdot I$$

$$\rightarrow \Delta V_1 = \eta \left[(D_1 - O_1) O_1 (1 - O_1) W_{11} + (D_2 - O_2) O_2 (1 - O_2) W_{21} \right] S_1 (1 - S_1) I$$

AUFGABE 5/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

1) Hebb'sche Lernregel: $W_{ij} = S_i^A S_j^A + S_i^B S_j^B + S_i^C S_j^C$



d.h. Konvergenz gegen Muster C

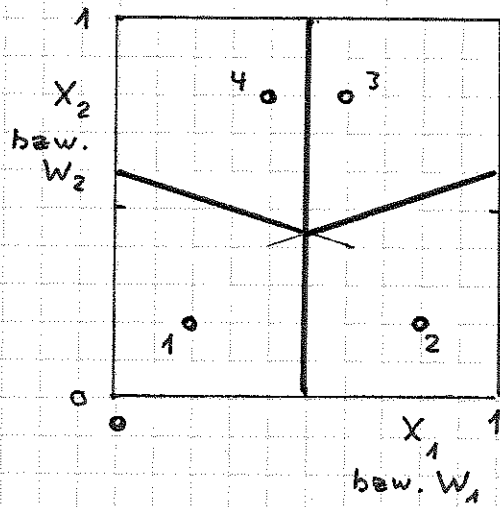
3) $E = - \sum_{\text{verb. } (i,j)} W_{ij} S_i S_j$

$$\rightarrow E_0 = - \begin{pmatrix} -1 & +1 & -3 & -1 & +1 \\ -3 & -1 & +1 & -3 & \\ +1 & & & & \end{pmatrix} = +8$$

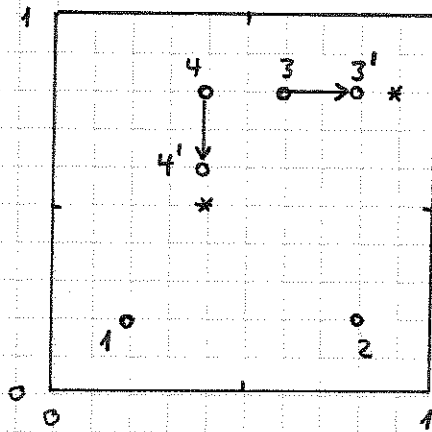
$$E_c = - \begin{pmatrix} +1 & +1 & +3 & +1 & +1 \\ +3 & +1 & +1 & +3 & \\ -1 & & & & \end{pmatrix} = -14$$

AUFGABE 6/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

1)



2)



$$\rightarrow W_{31}^{\text{neu}} = 0.8$$

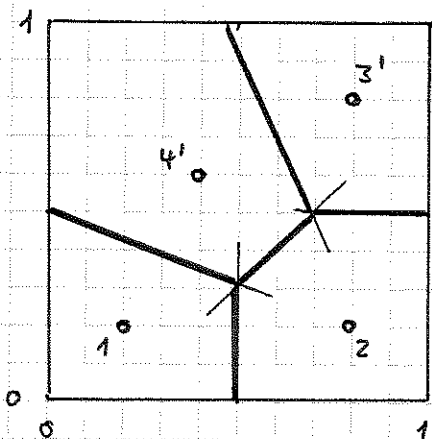
$$W_{32}^{\text{neu}} = 0.8$$

$$W_{41}^{\text{neu}} = 0.4$$

$$W_{42}^{\text{neu}} = 0.6$$

übrige Gewichte
unverändert!

3)



AUFGABE 7/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

$$1) \quad p(0=1) = \frac{1}{1 + e^{-(1-2x+Y)}} > \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow 2 > 1 + e^{-(Y-2x-1)} \rightarrow e^{-(Y-2x-1)} < 1$$

$$\rightarrow Y - 2x - 1 > 0$$

$$\rightarrow \boxed{Y > 2x + 1}$$

$$2) \quad \Delta W_{ij} = \eta \cdot r [S_i - p(V_i)] \cdot S_j$$

wobei: $0 \leq r \leq 1$ (Bewertung)

$$p(V_i) = \frac{1}{1 + e^{-V_i}}, \quad V_i = \sum_j W_{ij} S_j$$

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{mit W'keit } p(V_i) \\ 0 & \text{mit W'keit } 1 - p(V_i) \end{cases}$$

3) • Reinforcement Learning ist auch dann anwendbar, wenn die Bewertung nicht differenzierbar ist (oder zufallsbehaftet).

• Bei A_{R-P} ist ΔW_{ij} einfacher zu berechnen als bei Gradientenverfahren

[keine Ableitungen, gleiche Formel für alle Gewichte]

AUFGABE 8/H2008 (LÖSUNGSSKIZZE)

- 1) Unter asynchroner Netzwerk-Dynamik konvergiert Hopfield-Netzwerk gegen stabilen Grenzzustand $\{S_i^*\}$, der lokalem Minimum der Energiefkt. E entspricht,

$$E(\{S_i\}) = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} W_{ij} S_i S_j \left(-\sum_i T_i S_i \right)$$

→ Lösung von Opt.problemen mit quadratischer Zielfunktion $E(\{S_i\}) = \min$, wobei $S_i = \pm 1$ (oder 0,1)
[→ kombinatorische Opt.probleme]

- 2) • Langsame Konvergenz [η zu klein, flache Täler oder Plateaus der Fehlerfkt.]
• oszillatorische Divergenz [η zu gross]
• Steckenbleiben in schlechten lokalen Minima

Massnahmen:

- optimale Wahl von η
- Restart mit neuen zufälligen Anfangsgewichten
- Überrelaxation (Momentum Term):
$$\Delta W_{ij}(k+1) = -\eta \frac{\partial F}{\partial W_{ij}} + \alpha \Delta W_{ij}(k)$$
- etc

- 3) Iterationsschritt $k \rightarrow k+1$:

$$\begin{array}{l} \underline{W}_k \\ \downarrow \\ \underline{W}_k' = \underline{W}_k + \Delta \underline{W}_k \quad \swarrow \text{zufällige Gewichtsänderungen} \\ \downarrow \\ \Delta F = F(\underline{W}_k') - F(\underline{W}_k) \quad [\text{Änderung der Fehlerfkt.}] \\ \downarrow \\ \underline{W}_{k+1} = \begin{cases} \underline{W}_k' & \text{if } \Delta F \leq 0 \\ \underline{W}_k & \text{if } \Delta F > 0 \end{cases} \quad [\text{Iterative Improvement}] \end{array}$$

- 4) # Lernbsp. $\gtrsim$ # Gewichte

$$\# \text{ Gewichte} = (10+1) \cdot 4 + (4+1) \cdot 4 + (4+1) \cdot 1 = 69$$

→ # Lernbsp. $\gtrsim 70$