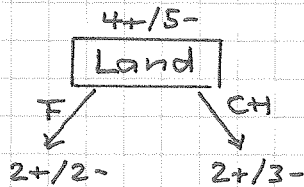


$$E_0 = -\frac{4}{9} \ln \frac{4}{9} - \frac{5}{9} \ln \frac{5}{9} = 0.6870$$

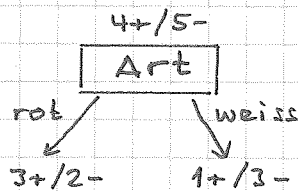
$$\rightarrow \underline{\Delta E = 0.0505}$$

$$E_1 = +3 \cdot \frac{1}{3} \left[-\frac{1}{3} \ln \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \ln \frac{2}{3} \right] = 0.6365$$



$$E_1 = \frac{4}{9} \left[-\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} \right] + \frac{5}{9} \left[-\frac{2}{5} \ln \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \ln \frac{3}{5} \right] = 0.6820$$

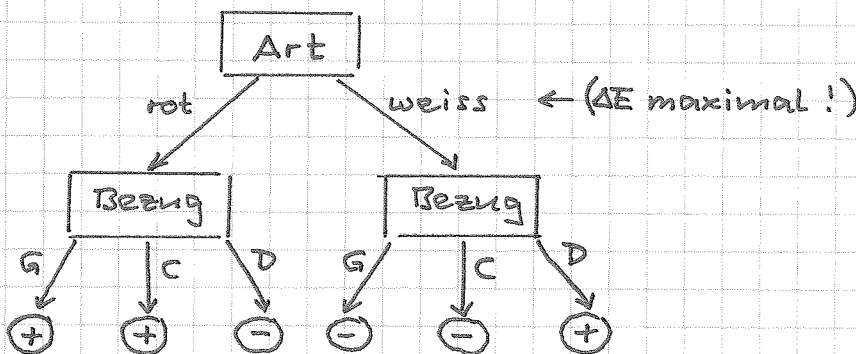
$$\rightarrow \underline{\Delta E = 0.0050}$$



$$E_1 = \frac{5}{9} \left[-\frac{2}{5} \ln \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \ln \frac{3}{5} \right] + \frac{4}{9} \left[-\frac{1}{4} \ln \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \ln \frac{3}{4} \right] = 0.6238$$

$$\rightarrow \underline{\Delta E = 0.0632}$$

→ ID3-Baum:



[Land] als 2. Attribut: → keine vollständige Klassifizierung!

2) Test = ⊕ if [rot AND (G OR C)] OR [weiss AND D]

In Worten:

- Rotweine gut bei Globus und COOP
- Weissweine gut bei Denner

1) $W_1 + W_2 \geq 0$

$W_2 \geq 0$

$W_1 < 0$

→ Lösungsgebiet: $W_1 < 0$

$W_2 \geq -W_1$

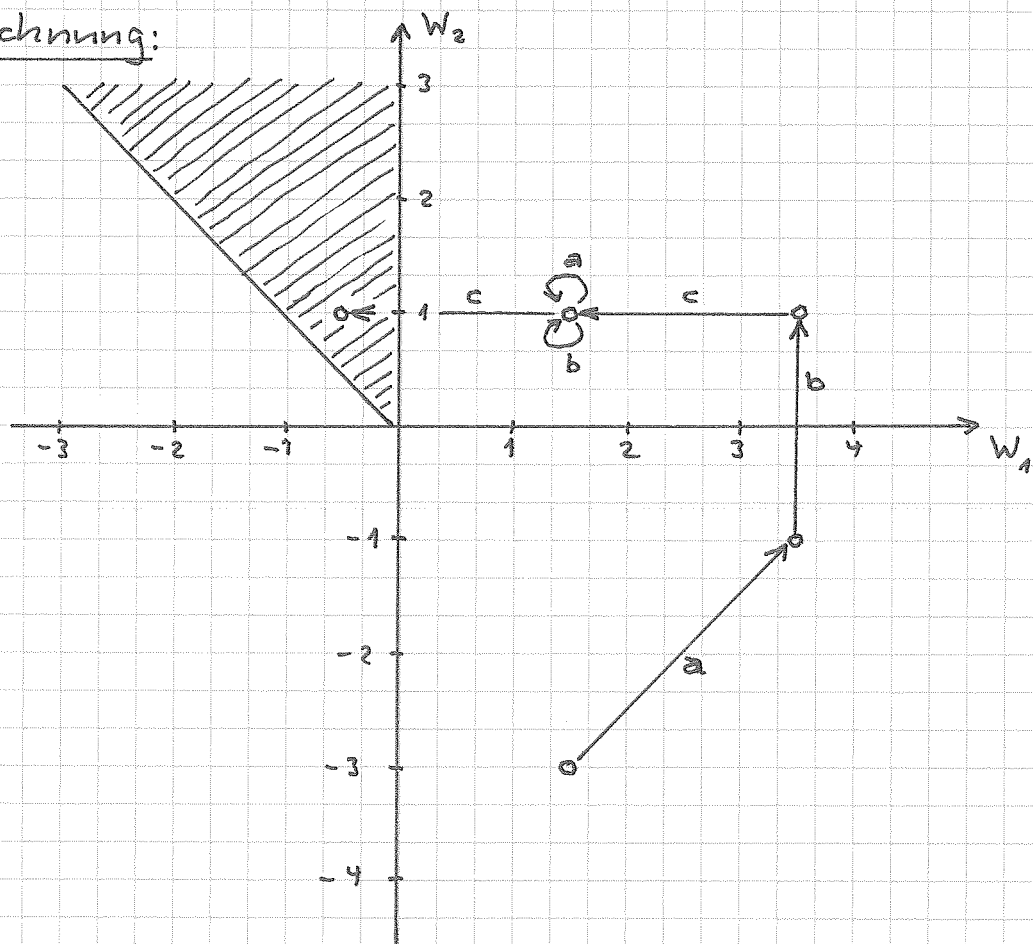
2) $\Delta W_i = 1 \cdot (D - 0) I_i$; $0 = \text{sign}(W_1 I_1 + W_2 I_2)$

→	W_1	W_2	0	D	ΔW_1	ΔW_2
a	1.5	-3.0	-1	+1	+2	+2
b	3.5	-1.0	-1	+1	0	+2
c	3.5	1.0	+1	-1	-2	0
a	1.5	1.0	+1	+1	0	0
b	1.5	1.0	+1	+1	0	0
c	1.5	1.0	+1	-1	-2	0

-0.5 1.0

(Liegt im Lösungsgebiet!)

Zeichnung:



$O = +1$: $\rightarrow S_1 + S_2 - I_1 \geq 0$

(1) $S_1 = +1$ $S_2 = +1$ $\rightarrow I_1 \leq 2$

(2) $S_1 = +1$ $S_2 = -1$ $\rightarrow I_1 \leq 0$

(3) $S_1 = -1$ $S_2 = +1$ $\rightarrow I_1 \leq 0$

(4) $S_1 = -1$ $S_2 = -1$ $\rightarrow I_1 \leq -2$

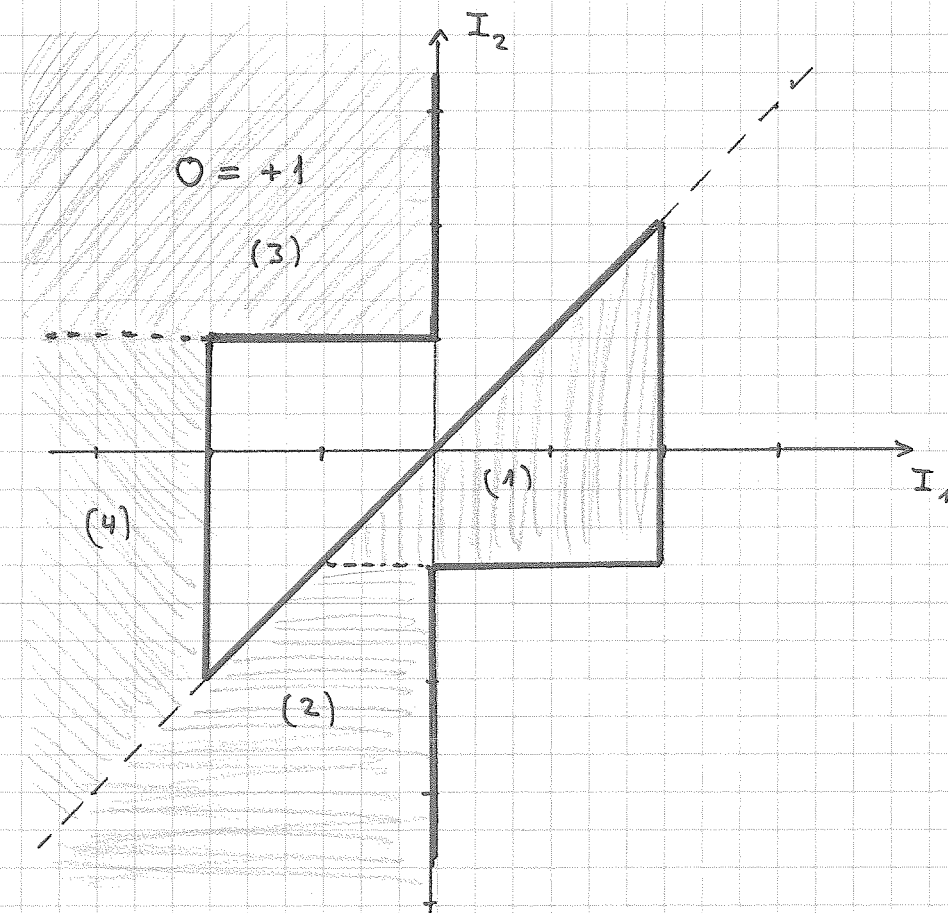
$S_1 = \text{sign}(I_1 - I_2)$, $S_2 = \text{sign}(S_1 + I_2)$

$\rightarrow$ (1) $I_1 \leq 2$ $I_2 \leq I_1$ $I_2 \geq -1$

(2) $I_1 \leq 0$ $I_2 \leq I_1$ $I_2 < -1$

(3) $I_1 \leq 0$ $I_2 > I_1$ $I_2 \geq 1$

(4) $I_1 \leq -2$ $I_2 > I_1$ $I_2 < -1$



AUFGABE 4 (LÖSUNGSSKIZZE)

H 2003

$$I_1 = 1, I_2 = -1, W_1 = \dots = W_6 = 1 :$$

$$\rightarrow S = f(0) = 0$$

$$\rightarrow O_1 = 1, O_2 = -1$$

$$\Delta W_i = -\eta \frac{\partial F}{\partial W_i} = \eta \left[(D_1 - O_1) \frac{\partial O_1}{\partial W_i} + (D_2 - O_2) \frac{\partial O_2}{\partial W_i} \right]$$

$$= \frac{\partial O_1}{\partial W_i} + \frac{\partial O_2}{\partial W_i}$$

$$\uparrow \eta = \frac{1}{2}, D_1 = 3, D_2 = 1$$

$$\rightarrow \Delta W_3 = I_1 + 0 = 1$$

$$\Delta W_4 = 0 + I_2 = -1$$

$$\Delta W_5 = S + 0 = 0$$

$$\Delta W_6 = 0 + S = 0$$

$$\Delta W_1 = W_5 \cdot \frac{1}{2} (1 - S^2) I_1 + W_6 \cdot \frac{1}{2} (1 - S^2) I_1 = 1$$

$$\Delta W_2 = W_5 \cdot \frac{1}{2} (1 - S^2) I_2 + W_6 \cdot \frac{1}{2} (1 - S^2) I_2 = -1$$

$\rightarrow$ Neue Gewichtswerte:

$$W_1 = 2$$

$$W_2 = 0$$

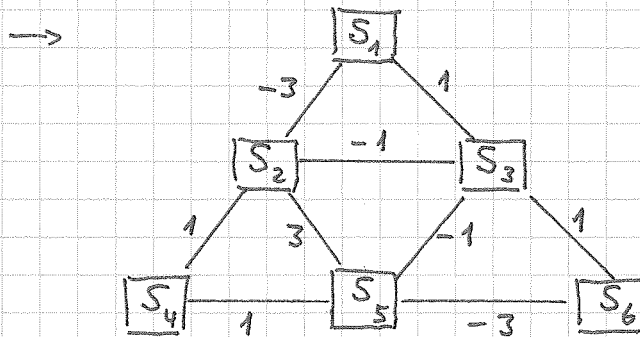
$$W_3 = 2$$

$$W_4 = 0$$

$$W_5 = 1$$

$$W_6 = 1$$

1) Hebb-Regel: $W_{ij} = S_i^A S_j^A + S_i^B S_j^B + S_i^C S_j^C$



2) Stabilität: $S_i \cdot \sum_j W_{ij} S_j > 0, i=1, \dots, 6$

→ A stabil

B stabil

C instabil: $S_3 \cdot (S_1 - S_2 - S_5 + S_6) = -4$
 $S_4 \cdot (S_2 + S_5) = -2$

3) Dynamik: $S_i = \text{sign} \left(\sum_j W_{ij} S_j \right)$

Muster C → S_1, S_2, S_5, S_6 bleiben unverändert

$$S_3 = \text{sign}(-4) = -1$$

$$S_4 = \text{sign}(2) = +1$$

→ Konvergenz gegen stabiles Muster A

$$1) \quad W_1 = \Delta W_1 = 2 [S - p(S)] I = 2 \left[1 - \frac{1}{2}\right] \cdot (-1) = -1$$

$$W_2 = \Delta W_2 = 2 [0 - p(0)] S = 2 \left[1 - \frac{1}{2}\right] \cdot 1 = 1$$

$$W_3 = \Delta W_3 = 2 [0 - p(0)] I = 2 \left[1 - \frac{1}{2}\right] \cdot (-1) = -1$$

$$2) \quad p(S=1) = \frac{1}{1 + e^{-W_1 \cdot I}} = \frac{1}{1 + e^{-1}} = 0.7311$$

$\nearrow$
 $I = -1$

$$p(O=1) = \frac{1}{1 + e^{-(W_2 S + W_3 I)}}$$

$$p(O=1 | S=1) = \frac{1}{1 + e^{-(W_2 + W_3 I)}} = \frac{1}{1 + e^{-2}} = 0.8808$$

$\nearrow$
 $I = -1$

$$p(O=1 \text{ und } S=1) = p(O=1 | S=1) \cdot p(S=1)$$

$$= \frac{1}{1 + e^{-1}} \cdot \frac{1}{1 + e^{-2}}$$

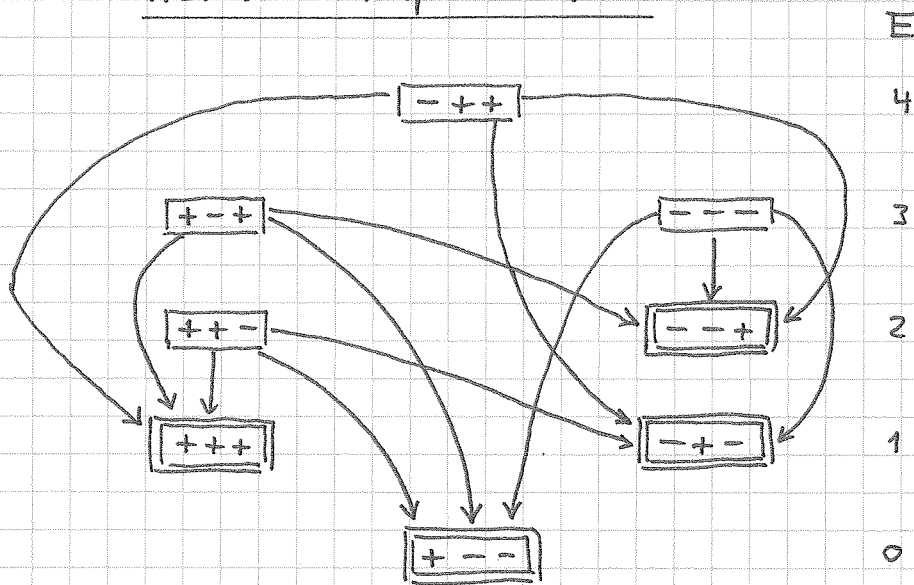
$$= \underline{\underline{0.6439}}$$

AUFGABE 7 (LÖSUNGSSKIZZE)

H2003

w_1	w_2	w_3	a	b	c	d	E
+	+	+	✓	f	✓	✓	1
+	+	-	✓	f	✓	f	2
+	-	+	f	f	f	✓	3
+	-	-	✓	✓	✓	✓	0
-	+	+	f	f	f	f	4
-	+	-	✓	✓	✓	f	1
-	-	+	f	✓	f	✓	2
-	-	-	f	✓	f	f	3

→ Iterative Improvement:



A) Konvergenz gegen $(w_1, w_2, w_3) = (- - +)$ [lokales Min.]
 oder $(+++)$ " "
 oder $(-+-)$ " "
 oder $(+--)$ [globales Min.]

B) $(--+)$: 2 Fehlklassif.

$(+++)$: 1 "

$(-+-)$: 1 "

$(+--)$: 0 "

[globales Min., einzige Lösung mit Null Fehlern]

- 1) • Pocket-Algorithmus
- Erweiterung des Inputraums
 - Stochastisches Lernverfahren (z.B. "Iterative Improvement")
 - Gradienten-Lernverfahren
(mit diff.barer Aktivierungsfunktion und diff.barer Fehlerfunktion!)

- 2) Kapazität eines Hopfield-Netzwerks mit N Neuronen:
 $C \approx 0.14$ [für Hebb'sche Lernregel]

Bedeutung für Mustererkennung:

Maximal $M = C \cdot N$ (unkorrelierte!) Muster können gespeichert und wiedererkannt werden.

- 3) Anzahl Gewichte = $5 \cdot n_h + \underbrace{n_h + 1}_{\text{Schwellen}} = 6n_h + 1$
 (inkl. Schwellen)

$$\rightarrow 6n_h + 1 \lesssim 50 \text{ (Anzahl Lernbeispiele)}$$

$$\rightarrow n_h \lesssim \frac{49}{6} \approx 8, \text{ d.h. höchstens etwa 8 Neuronen im Hidden Layer}$$

- 4) • Training with Noise: $\rightarrow$ Künstliche Vergrößerung des Lernsets durch Verrauschen oder Verzerren der Lernbeispiele
- Weight Pruning: $\rightarrow$ Reduktion der freien Parameter durch Eliminieren von einflussarmen Gewichten (Verbindungen) während des Lernprozesses
 - Stopped Training: $\rightarrow$ Messung eines Testfehlers (Verallg.-Fehler) nach jedem Lernzyklus und Abbruch des Trainings, wenn Testfehler wieder ansteigt