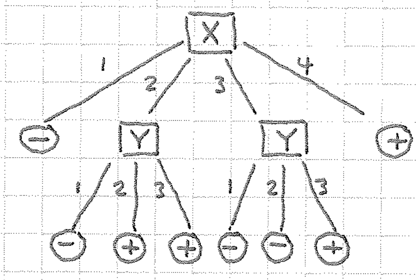
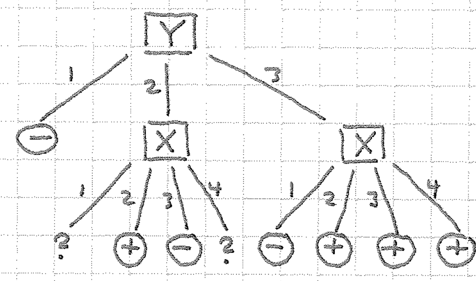
AUFGABE 1 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1)



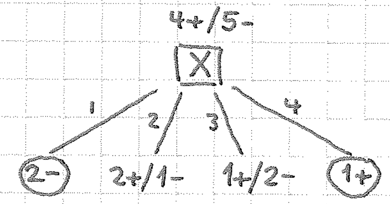


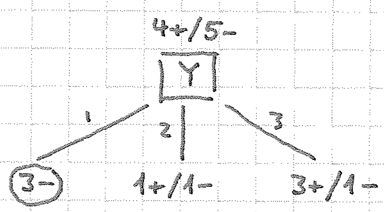
2)

Objekt:	X-Baum:	Y-Baum:
J	+	−
K	−	?
L	+	?

→ X-Baum ist vorzuziehen, da er keine "leeren Blätter" hat!

3)





$$E_0 = -\frac{4}{9}\ln\frac{4}{9} - \frac{5}{9}\ln\frac{5}{9} = 0.6870$$

$$E_1^X = 2\cdot\frac{3}{9}\left[-\frac{1}{3}\ln\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\ln\frac{2}{3}\right] = 0.4243$$

$$E_1^Y = \frac{2}{9}\left[-2\cdot\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}\right] + \frac{4}{9}\left[-\frac{1}{4}\ln\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\ln\frac{3}{4}\right] = 0.4040$$

$$\rightarrow \Delta E^X = E_0 - E_1^X = 0.2627$$

$$\Delta E^Y = E_0 - E_1^Y = 0.2830$$

→ Y-Baum ist ID3-Baum!

AUFGABE 2 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1) Perceptron-Lernverfahren: $\Delta W_i = \frac{1}{4}(D-O)I_i$

	D	O	ΔW_i	W_0	W_1	W_2
				1	1.5	3
Bsp. (a)	+1	−1	$\frac{1}{2}I_i$	1.5	2.0	2.5
Bsp. (b)	−1	−1	0	1.5	2.0	2.5
Bsp. (c)	+1	−1	$\frac{1}{2}I_i$	2.0	1.5	2.5

$\longrightarrow \quad W_0 = 2\,, \quad W_1 = \frac{3}{2}\,, \quad W_2 = \frac{5}{2}$

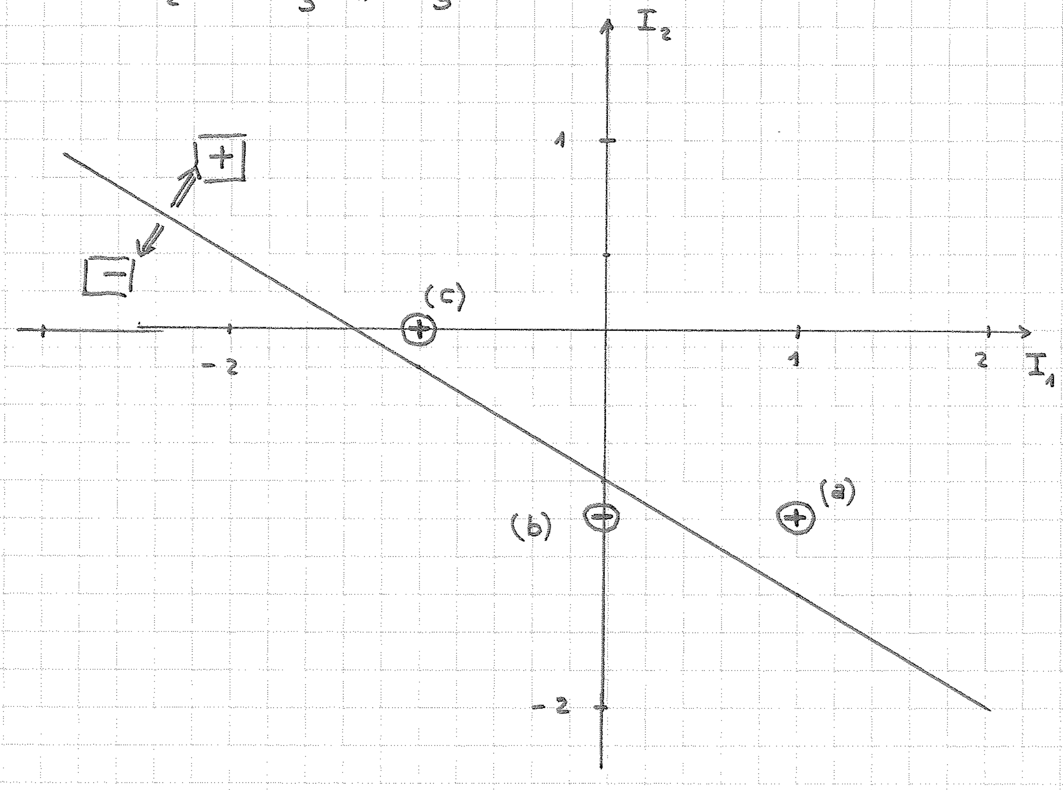
2)

Bsp.	I_0	I_1	I_2	D	$O = \text{sign}(2 + \frac{3}{2}I_1 + \frac{5}{2}I_2)$
(a)	1	1	−1	+1	$\text{sign}(1) = +1$
(b)	1	0	−1	−1	$\text{sign}(-\frac{1}{2}) = -1$
(c)	1	−1	0	+1	$\text{sign}(\frac{1}{2}) = +1$

$\Rightarrow$ Alle Klassifizierungen korrekt!

3) $\underline{O = +1}$: $\longrightarrow \quad 2 + \frac{3}{2}I_1 + \frac{5}{2}I_2 \geq 0$

$\longrightarrow \quad I_2 \geq -\frac{3}{5}I_1 - \frac{4}{5}$



AUFGABE 3 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1) $O = \text{sign}(-I_1 + I_2 - 2S + 1)$

$S = \text{sign}(-I_1 + I_2 + 1)$

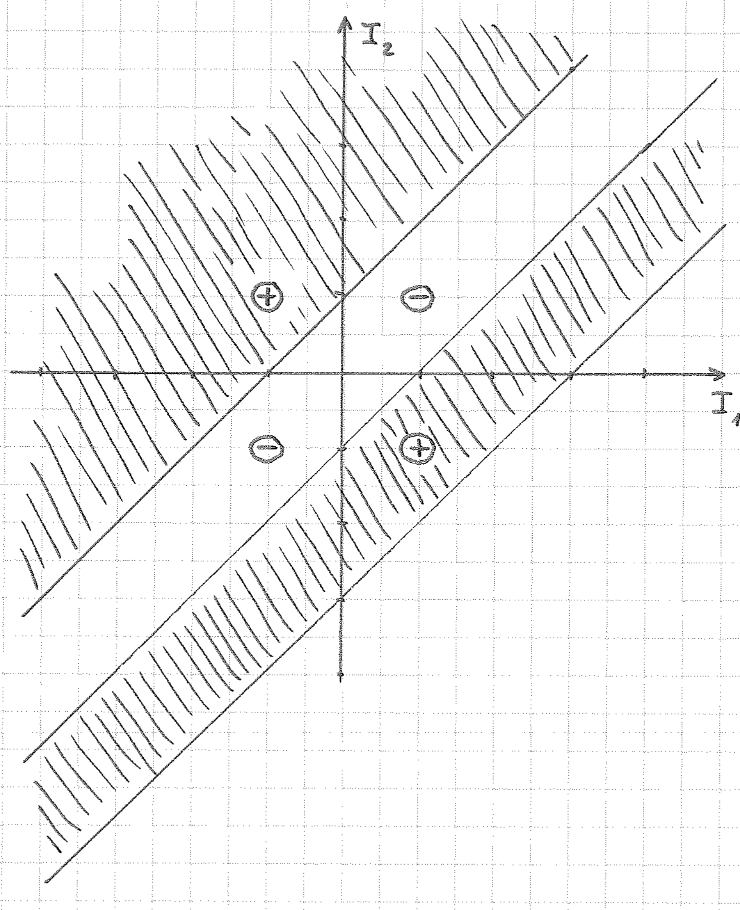
XOR: $I_1 \; I_2 \rightarrow S \rightarrow O$

I_1	I_2	S	O
+1	+1	+1	−1
+1	−1	−1	+1
−1	+1	+1	+1
−1	−1	+1	−1

$\Longrightarrow O = D$

2) $O = +1$: $S = +1: \rightarrow I_2 \geq I_1 - 1 \xrightarrow[O=+1]{} I_2 \geq I_1 + 1$

$S = -1: \rightarrow I_2 < I_1 - 1 \longrightarrow I_2 \geq I_1 - 3$



AUFGABE 4 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1) $\Delta W_1 = -\eta \frac{\partial F}{\partial W_1} = -\eta \frac{\partial F}{\partial O} \frac{\partial O}{\partial V} \frac{\partial V}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial W_1}$

$$\frac{\partial F}{\partial O} = \frac{O-D}{O(1-O)} \quad , \quad \frac{\partial O}{\partial V} = O(1-O) \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial S} = W_4$$

$$\frac{\partial S}{\partial U} = S(1-S) \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial W_1} = I_1$$

$$\longrightarrow \quad \Delta W_1 = \eta (D-O)\, W_4 \cdot S(1-S) \cdot I_1$$

2) $F = \frac{1}{2}(D-O)^2 \longrightarrow \frac{\partial F}{\partial O} = -(D-O)$

$$\longrightarrow \quad \Delta W_1 = \eta (D-O) \cdot \underline{O(1-O)} \cdot W_4 \cdot S(1-S) \cdot I_1$$

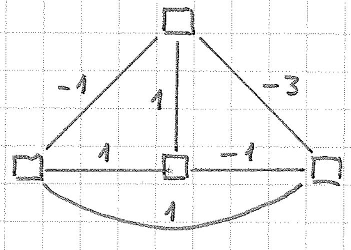
kürzt sich weg

bei $F = D \ln \frac{D}{O} + (1-D) \ln \frac{1-D}{1-O}$!

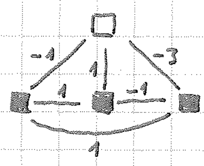
AUFGABE 5 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1) Hebb: $W_{ij} = S_i^A S_j^A + S_i^B S_j^B + S_i^C S_j^C$ (ev. normiert)

$\longrightarrow$



2) Muster B:

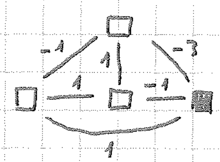


$\longrightarrow S_3 = +1 \neq \operatorname{sign}(\overset{-1}{S_1} + \overset{+1}{S_2} - \overset{+1}{S_4})$

$= \operatorname{sign}(-1) = -1$

$\longrightarrow$ instabil!

Muster C:



$\longrightarrow S_2 = -1 \neq \operatorname{sign}(-\overset{-1}{S_1} + \overset{-1}{S_3} + \overset{+1}{S_4})$

$= \operatorname{sign}(+1) = +1$

$\longrightarrow$ instabil!

3) $E = -\left[W_{12} S_1 S_2 + W_{13} S_1 S_3 + W_{14} S_1 S_4 + W_{23} S_2 S_3 + W_{24} S_2 S_4 + W_{34} S_3 S_4\right]$

$= -\left[-S_1 S_2 + S_1 S_3 - 3 S_1 S_4 + S_2 S_3 + S_2 S_4 - S_3 S_4\right]$

A: $+ - + -$ $\longrightarrow$ $E_A = -[1+1+3-1+1+1] = -6$

B: $- + + +$ $\qquad$ $E_B = -[1-1+3+1+1-1] = -4$

C: $- - - +$ $\qquad$ $E_C = -[-1+1+3+1-1+1] = -4$

AUFGABE 6 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1) $$P(S=1) = \frac{1}{1+e^{-W(x-1)}}\,, \qquad P(S=0) = \frac{e^{-W(x-1)}}{1+e^{-W(x-1)}}$$

$$P(O=1\,|\,S) = \frac{1}{1+e^{-W(x-2S)}}$$

$$P(O=1) = P(O=1|S=1)\cdot P(S=1) + P(O=1|S=0)\cdot P(S=0)$$

$$= \frac{1}{1+e^{-W(x-2)}}\cdot\frac{1}{1+e^{-W(x-1)}} + \frac{1}{1+e^{-Wx}}\cdot\frac{e^{-W(x-1)}}{1+e^{-W(x-1)}}$$

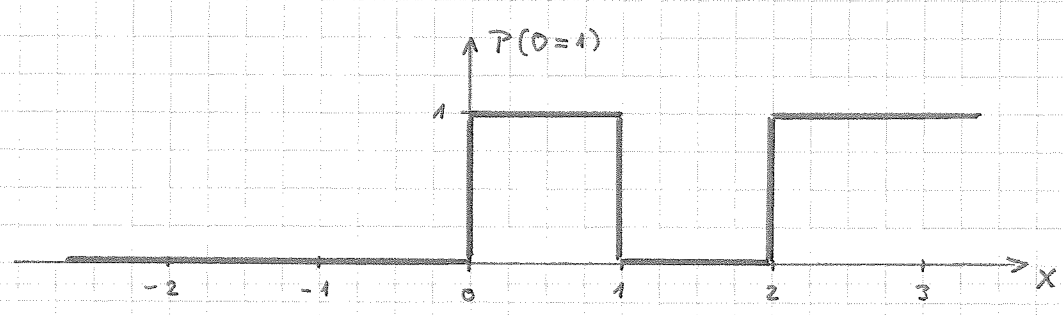
$$a \cdot b \qquad + \qquad c \cdot d$$

2) $\underline{W \to \infty}$: $$a = \begin{cases} 1 & x>2 \\ 0 & x<2 \end{cases} \qquad b = \begin{cases} 1 & x>1 \\ 0 & x<1 \end{cases}$$

$$c = \begin{cases} 1 & x>0 \\ 0 & x<0 \end{cases} \qquad d = \begin{cases} 0 & x>1 \\ 1 & x<1 \end{cases}$$

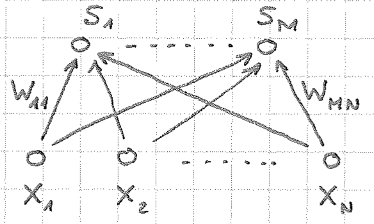
a:	0	0	0	1
b:	0	0	1	1
c:	0	1	1	1
d:	1	1	0	0

−2 −1 0 1 2 x



Aufgabe 7 / H2001 [Lösungsskizze]:

1)



Nur ein S_i $(i = i^*)$ hat den Wert 1, alle andern den Wert 0.

Realisierung (z.B.):

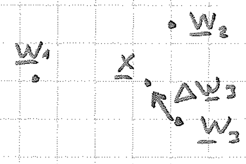
- $d_i = \sum_{j=1}^{N} (X_j - W_{ij})^2$
- $i^* = \underset{i}{\arg\min}\,(d_i)$ $\quad [d_{i^*} = \min_i d_i]$
- $S_{i^*} = 1$, $S_i = 0$ für $i \neq i^*$

2) Einfaches kompetitives Lernverfahren:

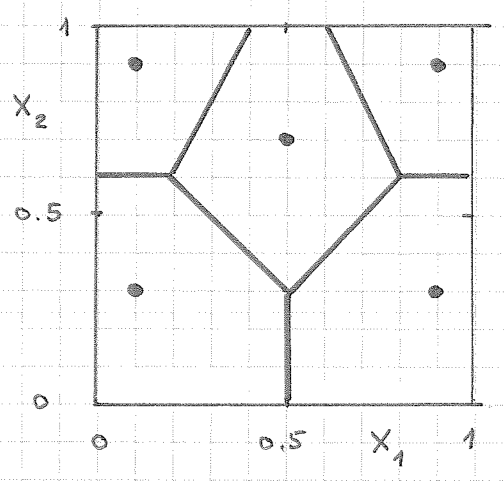
$\Delta W_{i^*j} = \eta (X_j - W_{i^*j})$ [für gewählten Lerninput $X_1 \dots X_N$]

$\Delta W_{ij} = 0$ für $i \neq i^*$ $\quad 0 < \eta < 1$ [abnehmend während Lernprozess]

Geometrisch:



3)



AUFGABE 8 / H2001 (LÖSUNGSSKIZZE):

1) Skalierung der kontinuierlichen Inputdaten auf den gleichen Wertebereich, vorzugsweise auf etwa den Wertebereich der Neuronenzustände,

d.h. auf $\sim [-1, +1]$ (oder ev. auf $\sim [0, 1]$).

2) a) Ein Inputneuron: $I_i = $ | | | |
|---|---|---|
| -1 | : stark | (z.B.) |
| 0 | : mittel | |
| $+1$ | : schwach | |

b) Zwei Inputneuronen: $I_i, I_j = $ | | | |
|---|---|---|
| $1, 1$ | : stark | (z.B.) |
| $0, 1$ | : mittel | |
| $0, 0$ | : schwach | |

c) Drei Inputneuronen: $I_i, I_j, I_k = $ | | | |
|---|---|---|
| $1, 0, 0$ | : stark | (z.B) |
| $0, 1, 0$ | : mittel | |
| $0, 0, 1$ | : schwach | |

Verteilte Darstellung mit 3 Inputneuronen ist vorzuziehen [klarere Diskriminierung der Inputdaten].

Darstellungen mit 1 oder 2 Inputneuronen haben dafür den Vorteil, dass das Netzwerk kleiner wird [weniger anpassbare Gewichte].

3)

O_1	O_2	O_3	Interpretation (z.B.)
0.8	0.2	0.1	operieren
0.7	0.8	0.2	kein Entscheid ($\lvert O_1 - O_2 \rvert$ zu klein)
0.5	0.4	0.6	kein Entscheid (alle O_i etwa gleich)
0.1	0.1	0.4	kein Entscheid (O_3 zu klein)

Vorschlag für Interpretations-Regel (z.B.):

"operieren" falls $O_1 > 0.75$ und $O_1 > O_2 + 0.4$
und $O_1 > O_3 + 0.4$

etc.